

プランクの法則の裏側

Back Ground of Planck's Law

Heat Transfer

円山 重直 (東北大学)

Shigenao MARUYAMA (Tohoku University)

1. はじめに

日本伝熱学会の会員である本誌の読者は、黒体放射の波長分布を表すプランクの法則を知っていると思います。

誰でも知っているプランクの法則をきちんと導くことは結構大変なのです。さらに、ステファン・ボルツマン定数が実験値ではなく、光速などの物理定数から導くことができる値であるということも、意外と知られていません。詳しくは、花村克悟先生が執筆された教科書[1]や拙書[2]をご覧ください。

1900年に発表されたプランクの法則は、ふく射伝熱に不可欠だけでなく、その後大きな発展を遂げた量子力学の基礎となる発見でもありました。本稿では、プランクの法則の背景とプランクの着想を著者の独断と偏見を交えて述べたいと思います。

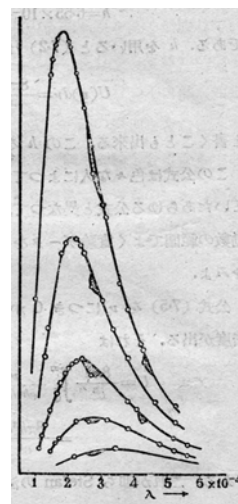
2. 歴史的背景

19世紀後半には、産業革命に端を発した古典熱力学が完成され、新たにボルツマンによる統計力学が提唱されていました。また、マクスウエルの光の電磁波説など、プランクの法則導出の基礎となる概念が出はじめていました[3]。

当時、ドイツは、産業革命に乗り遅れた後発として、産業振興、特に鉄の生産に邁進していました。良質の鉄を作るためには温度の正確な測定が不可欠です。その要請の下で黒体放射の正確な測定がなされました。図1は、LummerとPringsheimが測定した黒体放射分布[4]です。当時としては高精度で、水蒸気と二酸化炭素による波長 $2.7\mu\text{m}$ と $4.3\mu\text{m}$ 近傍の吸収も正確に、かつ、ごまかさずに示されています。この実験データがプランクの法則誕生の重要な要素となりました。

近代科学の発見は、それ自体で生まれることは希で、産業や社会基盤の要請と密接に結びついて

いることが多いようです。さて、プランクの法則から100年が過ぎ、今世紀の大発見はどこから生まれるのでしょうか。



第9圖 空洞輻射の強度と振動数との関係. 横軸は波長, 縦軸は強度, 曲線は Planck の公式, 小圓は實測値.

図1. 黒体放射分布の実験式 (文献[4]より引用)

3. プランクの法則は実験データの 内挿式から生まれた

当時、ステファン・ボルツマンの法則やウイーンの変位則は、既に導出されていました。しかし、図1を説明する理論は、ウイーンをはじめとした多くの科学者の試みにも関わらずなかなか生まれませんでした。

プランクは、現場の技術者が行う手法である、実験データを内挿するカーブフィッティングの式としてプランクの法則を得ました。それも、当時あまり評判が良くなかったウイーンの式(1)の分母に (-1) を加えることによってプランクの法則の式(2)を生み出したのでした。なんと安易なことでしょうか。

$$E_b(\lambda) = \frac{a}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{b}{\lambda T}\right)} \quad (\text{ウイーン}) \quad (1)$$

$$E_b(\lambda) = \frac{8\pi c_0 h}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{c_0 h}{k\lambda T}\right) - 1} \quad (\text{プランク}) \quad (2)$$

ただし、式(2)中の波長 λ と温度 T 以外のパラメータは、はじめ実験定数でした。

もし、プランクがこの実験式に満足してしまえば、彼は後生に名を残さなかったでしょう。プランクを偉大ならしめたのは、この「幸運にも見つけた内挿式」の発表後、彼の全能力を傾注した「不眠不休の数週間の後に」[4]エネルギー量子という考えに到達したことです。

プランクは、空洞内の電磁波は、空洞壁の定在波の集合としてとらえることができ、その定在波のエネルギーは、ボルツマンの法則に従うこと、さらに、振動数 ν の定在波のエネルギー強度（振幅）は、連続ではなく飛び飛びの値を取るという仮定を導入しました。ここで、波動の最小エネルギー単位 $h\nu$ を導入し、式(2)のプランクの法則を導出したのでした[1], [2]。

プランクは、式(2)中の h と k が普遍的な自然定数であることを発見しました。この定数は、後にプランク定数とボルツマン定数をいわれるものです。この導出は、プランクが1900年10月に内挿式を発表した、わずか2ヶ月後に発表されました。

4. エネルギー量子の概念はどうして生まれたか

プランクは、 h が自然定数であるという発見を身内には「コペルニクス以来最大の発見」と言っていたように[5]、この発見が大変重要なものであることを認識していました。

では、「自然は飛躍せず」という当時の古典的な基本原理を破る最小エネルギー単位に、プランクはどうしてたどり着いたのでしょうか。以下に、著者の独断と偏見による推測を展開します。

当時、空洞内のふく射が、定在波の集合として表すことができることは、既に知られていました。後に、ジーンズが、この仮定とエネルギー連続の仮定の下に、レーリー・ジーンズの式を導いています。プランクもこの仮定を採用しました。

当時、連続であると考えられていたエネルギーが飛び飛びの値を取ることに気付いたのは、プランクが、若いときに没頭した音楽理論が影響していると考えます。つまり、音も定在波が存在しますが、定在波は元々飛び飛びの値を取り、中間の音程は存在しません。エネルギーが飛び飛びの値を取りうるということは、定在波の理論からも類推できたのではないのでしょうか。そのことは、エネルギー最小単位が $h\nu$ と表され、プランク定数

と振動数との積で表されることから想像できます。

ちなみに、空洞放射はプランクが導出したエネルギー量子の概念に加えて、「空洞が放射電磁波の波長に比べて著しく大きい」という仮定が暗黙に入っています。波長に比べて大きくない空洞から放射される熱ふく射は、プランクの法則を満足しません[6]。

5. プランク定数

プランクは学者として真摯で控えめの人でした。彼が発見した新しい定数 h と k を”Hierbei, sind h und k universelle Constante”と述べていますが、名前は付けていません。彼が後年表した著書でも、 h は「the quantity」として記述されています[7]。

定数 h をプランク定数と呼ぶようになったのは、後生の研究者達です。

伝熱の分野では、抜山四郎先生が発見したプール沸騰の特性をNukiyama's pool boiling curveとして外国の教科書でも紹介されています。でも、なぜか日本の沸騰伝熱研究者はこの言葉を使いたがりません。日本の伝熱が世界に問うた業績を日本の研究者が継承しないのは何となく寂しい感じがします。こんなことを感じているのは東北大に所属する私だけでしょうか。ちなみに、私は抜山先生の弟子ではありませんが。

参考文献

- [1] 日本機械学会, JSME テキストシリーズ「伝熱工学」, 第4章, (2005) 102.
- [2] 円山重直, 光エネルギー工学, 第2章, 養賢堂 (2004), 17.
- [3] 天野清, 熱輻射論と量子論の起源, 大日本出版, (1943).
- [4] 朝永振一郎, 量子力学(1), 東西出版社, (1948), 38.
- [5] A. ヘルマン, プランクの生涯, 東京出版社, (1977), 39.
- [6] Maruyama, S. et al., Applied Physics Letters, **79-9**, (2001), 1393.
- [7] Planck, M., The Theory of Heat Radiation, P. Blakinston's Son & Co., (1914).